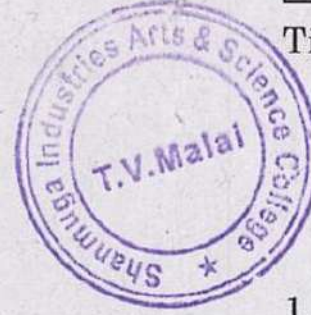


APRIL/MAY 2024

**23UMA11 — ALGEBRA AND
TRIGONOMETRY**

Time : Three hours

Maximum : 75 marks



SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

1. Define: Reciprocal Equations.

வரையறு : தலைகீழ் சமன்பாடுகள்.

2. Define: Horner's method.

வரையறு : ஹார்னர்ஸ் முறை.

3. If $f(x) = x + \frac{1}{x}x^3 + \frac{1}{5}x^5$ where $-1 < x < 1$ hence prove

$$f\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) = 2f(x).$$

$$f(x) = x + \frac{1}{x}x^3 + \frac{1}{5}x^5, \quad -1 < x < 1$$

எனில்

$$f\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) = 2f(x) \text{ என்பதை நிரூபிக்கவும்.}$$

4. If $y = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$ Prove that

$$x = \frac{y}{1!} + \frac{y^2}{2!} + \frac{y^3}{3!} + \dots$$

$$y = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots \quad \text{எனில்} \quad x = \frac{y}{1!} + \frac{y^2}{2!} + \frac{y^3}{3!} + \dots$$

என்பதை நிரூபிக்கவும்.

5. State: Cayley-Hamilton theorem.

கெய்லி-ஹாமில்டன் தேற்றத்தைக் கூறுக.

6. Find Eigen values of the inverse of the matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

நேர்மாறு அணி $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ -இன் ஐகன்

மதிப்புகளைக் காண்க.

7. Show that if x is small

$$\cos(a+x) = \cos a - x \sin a - \frac{x^2}{2} \cos a + \frac{x^3}{6} \sin a.$$

x சிறியதெனில்

$$\cos(a+x) = \cos a - x \sin a - \frac{x^2}{2} \cos a + \frac{x^3}{6} \sin a \text{ -ஐ}$$

காண்க.

19. Expand $\cos^5 \theta \sin^3 \theta$ in a series of sines of multiples of θ .

$\cos^5 \theta \sin^3 \theta$ -ஐ θ இன் மடங்குகளின் sin-களின் தொடரில் விரிவாக்கவும்.

20. Prove that

$$\left(\frac{1}{1-e^{i\theta}} \right) = \log \left(\frac{\cos \alpha \left(\frac{\theta}{2} \right)}{2} \right) + i \left(2n\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} \right).$$

நிரூபிக்கவும் :

$$\left(\frac{1}{1-e^{i\theta}} \right) = \log \left(\frac{\cos \alpha \left(\frac{\theta}{2} \right)}{2} \right) + i \left(2n\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} \right).$$

(b) Prove that $\frac{1+\tan h x}{1-\tan h x} = \cosh 2x + \sinh 2x$.

நிரூபிக்கவும் : $\frac{1+\tan h x}{1-\tan h x} = \cosh 2x + \sinh 2x$.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Find the positive root of $x^3 - x - 3 = 0$ correct to two places of decimals.

$x^3 - x - 3 = 0$ -இன் நேர்மறை மூலத்தைக் சரியாக இரண்டு தசம இடங்களுக்கு கண்டறியவும்.

17. Sum of series $\frac{1^2}{1!} + \frac{1^2+2^2}{2!} + \frac{1^2+2^2+3^2}{3!} + \dots$

$$\frac{1^2}{1!} + \frac{1^2+2^2}{2!} + \frac{1^2+2^2+3^2}{3!} + \dots$$

கூட்டுத்தொகை காண்க.

தொடரின்

18. Diagonalise the matrix $\begin{pmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

என்ற

அணியை

மூலைவிட்டமாக்கவும்.

8. Prove that

$$\tan 7\theta = \frac{7\tan\theta - 35\tan^3\theta + 21\tan^5\theta - \tan^7\theta}{1 - 21\tan^2\theta + 35\tan^4\theta - 7\tan^6\theta}$$

$$\tan 7\theta = \frac{7\tan\theta - 35\tan^3\theta + 21\tan^5\theta - \tan^7\theta}{1 - 21\tan^2\theta + 35\tan^4\theta - 7\tan^6\theta}$$

என்பதை நிரூபிக்கவும்.

9. Prove that $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.

$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

10. Define: Inverse Hyperbolic function.

வரையறு : நேர்மாறு ஹைப்போலிக் செயல்பாடு.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Find correct to two places of decimals the root of the equation $x^4 - 3x + 1$ that lies between 1 and 2.

$x^4 - 3x + 1$ சமன்பாட்டின் மூலத்தை தசமங்களின் இரண்டு இடங்களுக்குச் சரியாகக் கண்டறியவும், இது 1 மற்றும் 2 இடையே உள்ளது.

Or

- (b) Find the range of k for which $x^4 - 14x^2 + 24x - k$.

$x^4 - 14x^2 + 24x - k$ இதில் k இன் வரம்பைக் கண்டறியவும்.

12. (a) Sum the series $S = 1 - \frac{1}{5} + \frac{1.4}{5.10} - \frac{1.4.7}{5.10.15} + \dots$

$$S = 1 - \frac{1}{5} + \frac{1.4}{5.10} - \frac{1.4.7}{5.10.15} + \dots \quad \text{தொடரின் கூட்டுத்தொகை காண்க.}$$

Or

- (b) Show that $\log 2 - \frac{(\log 2)^2}{2!} + \frac{(\log 2)^3}{3!} - \dots = \frac{1}{2}$.

$$\log 2 - \frac{(\log 2)^2}{2!} + \frac{(\log 2)^3}{3!} - \dots = \frac{1}{2}$$

என்பதைக் காண்க.

13. (a) Find the Eigen value and Eigen vectors of

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

இதன் ஐகன் மதிப்பு மற்றும் ஐகன்

திசையன்களைக் கண்டறியவும்.

Or

- (b) Verify Cayley-Hamilton theorem when

$$A = \begin{pmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$A = \begin{pmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

எனில் கெய்லி-ஹாமில்டன்

தேற்றத்தை சரிபார்க்கவும்.

14. (a) Evaluate $\sin 3^\circ$ correct to three places of decimals.

$\sin 3^\circ$ சரியாக மூன்று தசம இடங்களுக்கு மதிப்பிடவும்.

Or

- (b) Prove that

$$2^5 \cos^6 \theta = \cos^6 \theta + 6 \cos^4 \theta + 15 \cos^2 \theta + 10.$$

நிரூபிக்கவும் :

$$2^5 \cos^6 \theta = \cos^6 \theta + 6 \cos^4 \theta + 15 \cos^2 \theta + 10.$$

15. (a) Find $\log(1+i)$.

மதிப்பிடுக : $\log(1+i)$.

Or